

Die Mathematik des Weihnachtssterns

Der Ikosaeder, einer der fünf platonischen Körper, ist Basis für eine besondere Form des Weihnachtssterns: den Bascetta-Stern, den ein italienischer Mathematiker erfunden hat.

Was es mit dem Ikosaeder und den anderen platonischen Körpern auf sich hat, erklärt Univ.-Prof. Wolfgang Förg-Rob vom Institut für Mathematik der Uni Innsbruck.

Glitzernde, funkelnde Sterne – sie gehören zum traditionellen Weihnachtsschmuck wie Engel

oder Krippe. Eine besondere Form des Weihnachtssterns ist der vom italienischen Mathematiker Paolo Bascetta erfundene und nach ihm benannte Bascetta-Stern, der auch als Ikosaeder-Stern bezeichnet wird. Der Stern mit seinen 20 Spitzen ist aber nicht nur schön anzusehen und mit etwas Geschick auch nachzubasteln: Hinter diesem Stern steckt auch einiges an Mathematik-Geschichte.

Wie Univ.-Prof. Wolfgang Förg-Rob vom Institut für Mathematik der Universität Innsbruck erklärt, zählt der Ikosaeder, der die Basis des Bascetta-Sterns bildet, zu den sogenannten fünf platonischen Körpern: Tetraeder, Hexaeder, Oktaeder, Dodekaeder – und eben Ikosaeder. „Der Name hängt mit der Anzahl der Flächen zusammen, die von vier bis 20 reicht“, erläutert Förg-Rob. Beim

Tetraeder sind es vier, beim Hexaeder sechs, beim Oktaeder acht, beim Dodekaeder zwölf und beim Ikosaeder 20 Flächen. Sie alle sind regelmäßige Vielecker (also Polyeder), das heißt, sie haben u. a. jeweils gleich lange Kanten und alle Ecken weisen identische Flächen und Kantenwinkel auf. Außer diesen sind diese fünf Körper konvex, das heißt, es gibt keine einspringenden Kanten und Ecken. Auf



Papiermodelle des Bascetta-Sterns, dessen Basis der Ikosaeder ist.

grund ihrer regelmäßigen Form weisen sie zusätzlich eine „Innenkugel“ auf, die die Mittelpunkte aller Flächen berührt, sowie eine „Außenkugel“, auf der wiederum allen Ecken liegen. Diese Eigenschaften kommen außerdem nur bei diesen fünf Körpern vor.

Benannt sind diese fünf Körper nach dem griechischen Philosophen Platon, der etwa von 428/427 bis 348/347 vor Christus gelebt hat. Er hat sie in einem seiner Werke beschrieben und sie den vier Elementen zugeordnet: den Tetraeder dem Feuer, den Hexaeder der Erde, den Oktaeder der Luft und den Ikosaeder dem Element Wasser. Der Dodekaeder wurde von Platon dem Äther, dem fünften Element, zugeordnet. Wobei Äther im Griechischen für Himmel steht.

Von Platon zu Kepler

Die fünf platonischen Körper spielen auch für den Mathematiker und Astronomen Johannes Kepler (1571 bis 1630) eine Rolle. Er nutzte die Symmetrie der platonischen Körper – insbesondere die „Kugeln“ –, um die Bahnen der damals bekannten Planeten zu erklären. „Ziel der Bemühungen vieler Forscher dieser Zeit war, eine Symmetrie in allen Dingen zu finden, eine Ordnung“, betont Förg-Rob.

„Die Form, die die fünf platonischen Körper aufweisen, ist auch in der Natur zu finden“, erklärt der Innsbrucker Mathematiker, „etwa als Kristalle.“ Es gibt aber auch Kohlenwasserstoffe,

die die Struktur der platonischen Körper haben und daher auch als platonische Kohlenwasserstoffe bezeichnet werden.

Der perfekte Stern

Wie kommt man nun aber vom Ikosaeder zum Weihnachtsstern? Dafür wird auf die 20 Flächen des Ikosaeders jeweils eine dreiseitige Pyramide gestellt. Dadurch entsteht ein perfekter Stern mit 20 Zacken. Ein Stern, der übrigens mit etwas Geschick auch selbst gebastelt werden kann. Dafür benötigt man 30 gleich große, quadratische Papierblätter, die dann gefaltet und zusammengesetzt werden. Der Clou dabei – man benötigt dafür keinen Klebstoff. Eine Anleitung findet sich u. a. im Internet unter http://www.mathematische-basteleien.de/bascetta_stern.htm. Dort wird genau erklärt, wie die einzelnen Blätter gefaltet und zusammengesetzt werden müssen.

Platonische Körper basteln auch die jungen Nachwuchsforscher, die im Rahmen der Kinder-Uni das Institut für Mathematik besuchen. „Beim Basteln erhalten die Kinder nicht nur schöne Figuren, gleichzeitig kann ihnen auf spielerische Art und Weise auch räumliche Anschauung vermittelt werden“, schildert Förg-Rob. Zu den Lieblingsfiguren der Kinder gehören der Dodekaeder und der Ikosaeder. „Vermutlich, weil sie so viele Ecken, Kanten und Flächen haben“, glaubt der Mathematiker. Am schwierigsten sei dabei nicht der Ikosaeder, sondern der



Univ.-Prof. Wolfgang Förg-Rob vom Institut für Mathematik der Universität Innsbruck mit Modellen der fünf platonischen Körper. In der Hand hält er den Ikosaeder, der Basis für den Bascetta-Stern, den perfekte Weihnachtsstern, ist.

Foto: C. Hofer

Dodekaeder zu basteln. Ihm selbst gefällt von den platonischen Körpern Letzterer am besten. „Da er zwölf Flächen aufweist, kann man ihn auch gut als Kalender nutzen. Der aktuelle Monat liegt dann immer obenauf“, schmunzelt der

Wissenschaftler, der sich in seiner Forschung eigentlich nicht mit den platonischen Körpern, sondern mit Funktionalgleichungen insbesondere mit Winkelfunktionen, befasst.

christa.hofer@tt.com

Der Stern im Christentum

Die religiöse Verehrung von Gestirnen ist in verschiedenen Epochen und Gesellschaften verbreitet. Im christologischen System sind besonders Jesus Christus und Maria mit der Sternensymbolik verbunden: Christus gilt als Stern des endzeitlichen Morgens, und Maria geht der Christussonne voran und wird so zum Morgenstern. Als Attribut ist die Gottesmutter, besonders in Verbindung mit der Vorstellung der unbefleckten Empfängnis (immaculata conceptio), mit einem Sternenkranz ausgestattet. Maria, Christus und andere Heilige wie

der hl. Nikolaus tragen in manchen bildlichen Darstellungen einen Sternenmantel. Mit einem Sternengewand versuchen dementsprechend auch mittelalterliche Herrscher auf ihre göttliche Weihe zu verweisen.

Allgemein symbolisieren Sterne die ewige Seligkeit, sie geben Zeugnis für die Herrlichkeit der Schöpfung und des Schöpfers und spiegeln die von Gott geschaffene kosmische Harmonie. Darüber hinaus zeigen sie besondere Ereignisse an: So wurde im Evangelium nach Matthäus 2, 1-12 die Geburt Christi vom Weihnachtsstern angekündigt, der dann den Magiern und Sterndeutern aus dem Osten, also den

Weisen aus dem Morgenland, den Weg nach Bethlehem zu Jesu Geburtsstätte wies.

Der Weihnachtsstern wurde vielfach für einen Kometen gehalten und entsprechend mit einem langen Schweif dargestellt. Da Kometen als Zeichen für Unheil und Katastrophen galten, ist die Verbindung mit der Geburt Jesu aber immer wieder angezweifelt worden. Heutige Astronomen sehen im Weihnachtsstern eine Jupiter-Saturn-Konjunktion, die für die Zeit von Jesu Geburt nachweisbar ist. Wenn Saturn und Jupiter dicht beieinanderstehen, ergibt sich – mit bloßem Auge betrachtet – ein neuer heller Stern.



Dr. Silke Meyer ist Ass.-Prof. am Institut für Geschichtswissenschaften und Europäische Ethnologie.

Foto: Meyer